

## UNIDADE DIDÁCTICA

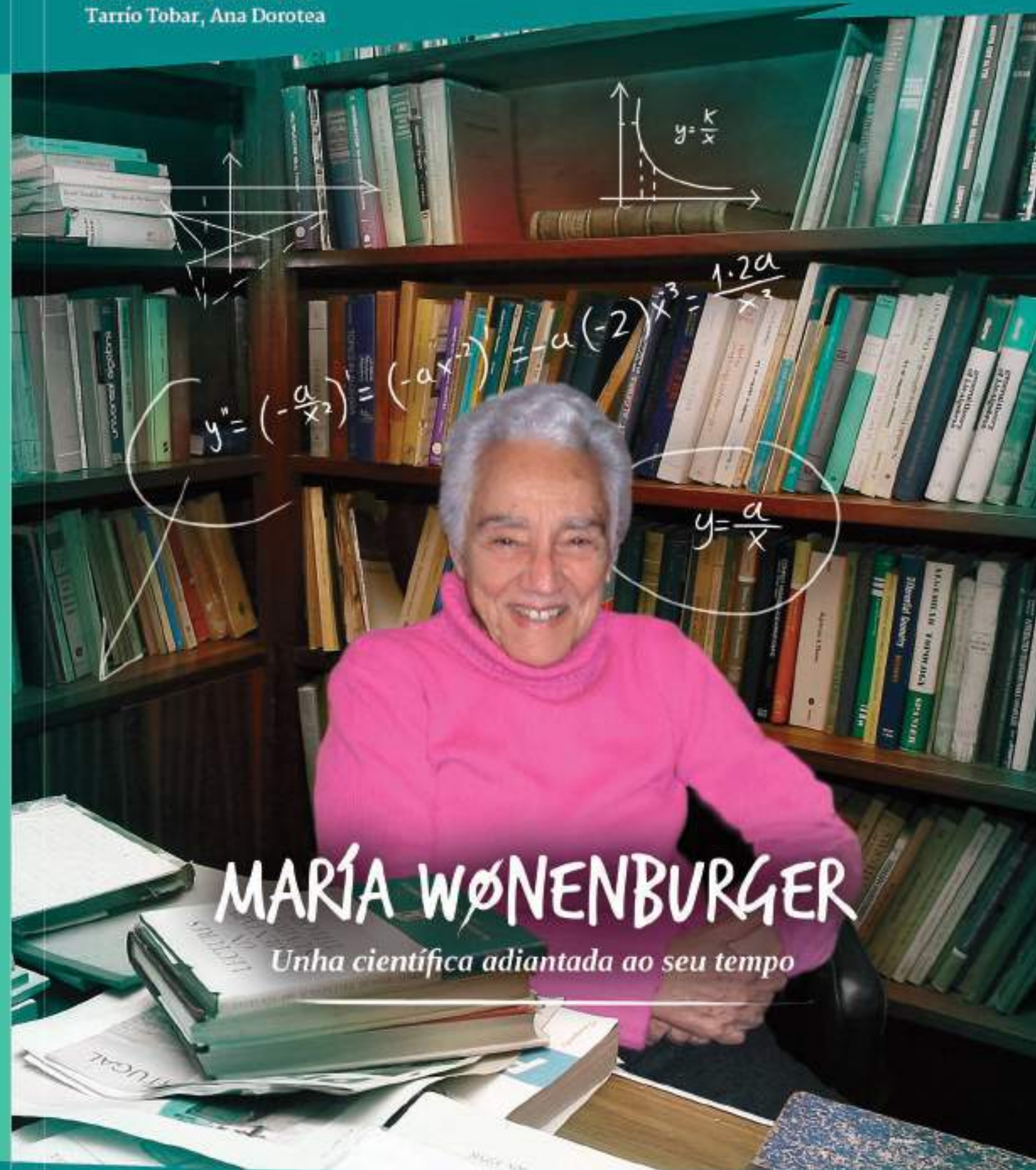


MARÍA WØNENBURGER

Unha científica adiantada ao seu tempo

## UNIDADE DIDÁCTICA

Souto Salorio, María José  
Tarrio Tobar, Ana Dorotea



MARÍA WØNENBURGER

Unha científica adiantada ao seu tempo



# UNIDADE DIDÁCTICA

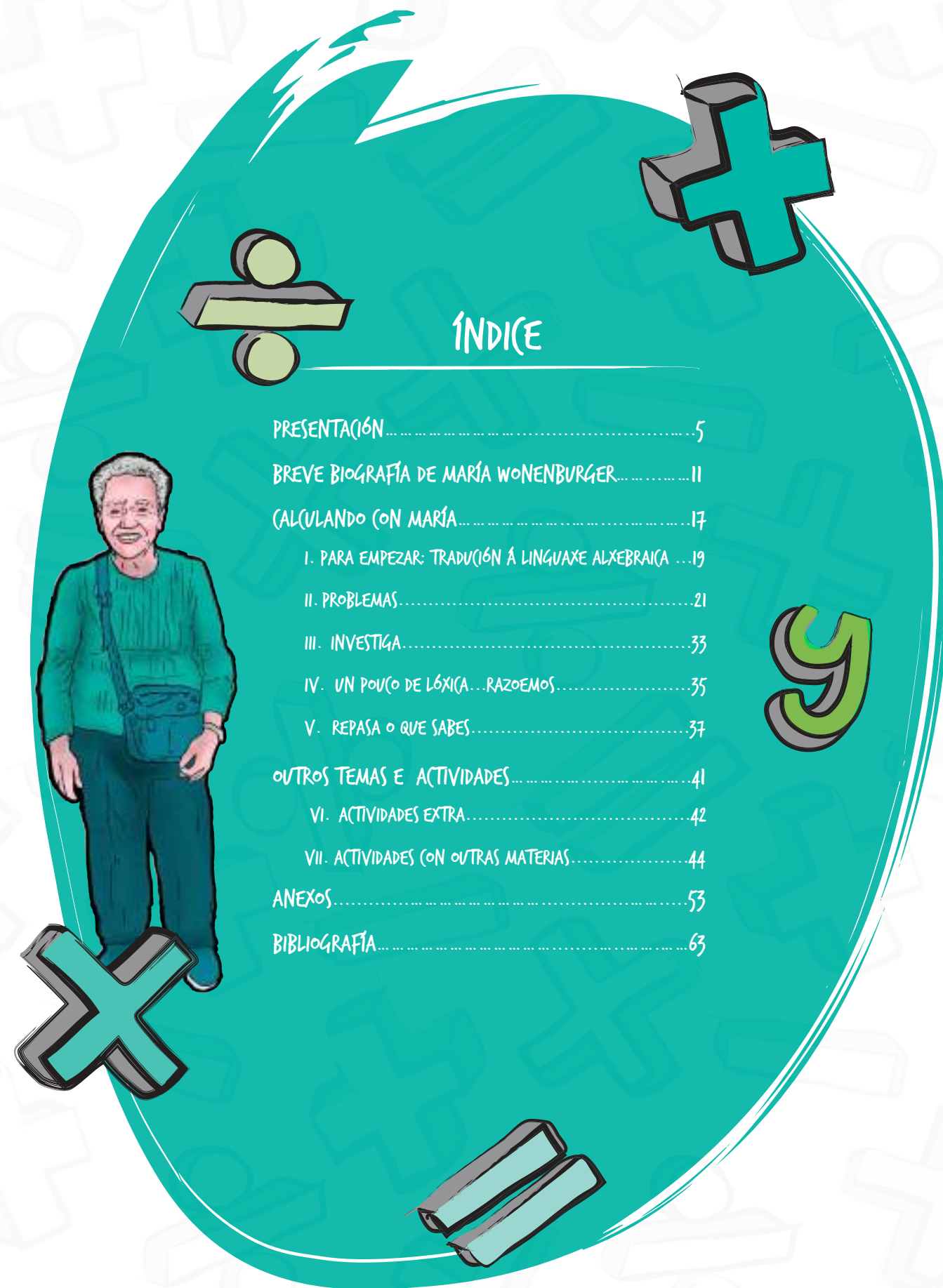
Souto Salorio, María José  
Tarrío Tobar, Ana Dorotea



# MARÍA WØNENBURGER

*Unha científica adiantada ao seu tempo*





## ÍNDICE

PRESENTACIÓN.....	5
BREVE BIOGRAFÍA DE MARÍA WONENBURGER.....	11
CALCULANDO CON MARÍA.....	17
I. PARA EMPEZAR: TRADUCCIÓN Á LINGUAXE ALXEBRAICA ...	19
II. PROBLEMAS.....	21
III. INVESTIGA.....	33
IV. UN POUÇO DE LÓXICA...RAZOEMOS.....	35
V. REPASA O QUE SABES.....	37
OUTROS TEMAS E ACTIVIDADES.....	41
VI. ACTIVIDADES EXTRA.....	42
VII. ACTIVIDADES CON OUTRAS MATERIAS.....	44
ANEXOS.....	53
BIBLIOGRAFÍA.....	63



# ✓ PRESENTACIÓN

MARÍA WØNENBURGER  
*Unha científica adiantada ao seu tempo*



# PRESENTACIÓN

María Josefa Wonenburger Planells foi unha matemática galega, ata hai pouco tempo máis coñecida fóra das nosas fronteiras que no noso país. Esta unidade didáctica pretende divulgar entre o alumnado de educación secundaria a figura desta científica e dar deste xeito un referente próximo de muller entregada na súa vida laboral e persoal, que tivo que superar importantes dificultades para conseguir desenvolver unha actividade profesional acorde cos seus méritos e o seu currículo.

As persoas expertas en igualdade coinciden en que é nestas etapas da formación, e mesmo antes, cando se pode e debe influir na formación do alumnado, sen diferenzas por razón de sexo, para que logo as poñan en práctica na súa vida persoal e profesional.



Orla de María

A linguaxe alxebrica e a resolución de ecuacións sinxelas forman parte dos temarios de Matemáticas desde os primeiros cursos da educación obrigatoria. Unha das cuestións fundamentais é decidir como se aborda o ensino destes contidos, co fin de que o alumnado chegue a dominar a máis universal das linguaxes e adquira destreza na resolución de problemas.

A nosa proposta consiste en transmitir contidos relativos a eses temas a través da figura da destacada matemática galega María Wonenburger. Isto serviralles de exemplo de superación, de esforzo e de modelo a seguir. Cremos que lles resultará máis sinxelo aprender matemáticas combinándoas con problemas reais e con outras materias, á vez que tentamos transmitir-lles valores fundamentais nesta etapa crucial da súa formación, entre os cales poderíamos destacar a igualdade de xénero.

A maioría dos exercicios e actividades contidos na unidade poden ser utilizados en calquera dos cursos da ESO, salvo algunhas excepcións que indicamos no anexo II. Agora ben, será o profesorado encargado de impartir a docencia o que determinará a que nivel corresponden.

Con este traballo buscamos cubrir, entre outros obxectivos, o ensino da materia, familiarizar o alumnado coas matemáticas e dar a coñecer a vida dunha muller que lles sirva de exemplo e referente.

É importante que, ademais de aprender conceptos e resolver problemas, o alumnado, unha vez finalizada a unidade, reflexione entre outras cuestións sobre:

UNHA MULLER ESTUDANDO MATEMÁTICAS NAQUELA ÉPOCA.

UNHA ESTUDANTE EN MADRID, LONXE DO SEU MEDIO FAMILIAR.

UNHA LICENCIADA QUE OPTA POR IRSE AOS EE.UU. PARA REALIZAR A SÚA TESE DOUTORAL.

A ÚNICA PROFESORA DE MATEMÁTICAS NA UNIVERSIDADE.

UNHA INVESTIGADORA E DOCENTE PREOCUPADA POLO SEU ALUMNADO.

UNHA INVESTIGADORA QUE SE MOVE ENTRE VARIAS UNIVERSIDADES E PAÍSES.

UNHA INVESTIGADORA QUE PUBLICA NAS MELLORES REVISTAS.

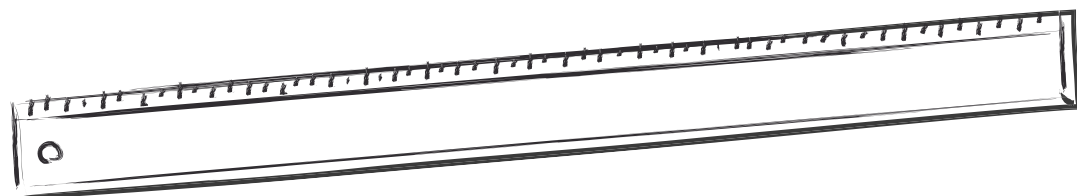
UNHA INVESTIGADORA QUE FORMA ALUMNOS/AS E CREA ESCOLA.

UNHA PERSOA QUE O DEIXA TODO SEN PEDIR NADA A CAMBIO.

COMO INFLUÍU NA SÚA TRAXECTORIA PERSOAL E PROFESIONAL A SÚA CONDICIÓN DE MULLER.

Para alcanzar os nosos obxectivos, formulamos enunciados de problemas nos cales se introduciron datos e situacións relativos á vida cotiá, facendo un percorrido polas etapas máis destacadas da vida de María Wonenburger e tratando de que o alumnado se sinta identificado con algúns deles. Ademais, cremos que a súa motivación pola materia se verá incrementada pois María Wonenburger foi unha persoa que realizou grandes achegas no ámbito da álgebra.

Coa resolución dos exercicios e actividades dáse, na maioría dos casos, relevante información sobre a biografía da nosa protagonista. Esta metodoloxía ten a vantaxe de facilitar aos estudantes a aprendizaxe da álgebra á vez que amplía a súa cultura. A unidade didáctica que presentamos é orientativa e extrapolable a outras materias. O profesorado, co correspondente libro de texto, pode servirse deste material adicional para motivar e facer máis atractiva a transmisión destes conceptos que ás veces resultan ásperos e complicados para o alumnado.



## ESTRUTURA DA UNIDADE

Comezamos a unidade cunha breve biografía de María Wonenburger. Esta biografía será completada polos alumnos e alumnas unha vez finalicen a unidade e resolvan os exercicios e actividades que se expoñen.

Pasamos ao bloque central da unidade titulado “Calculando con María”, comenzamos co apartado “Sabías que?” no cal introducimos o alumnado no mundo da álgebra cunha breve explicación de como xurdiu esta área das matemáticas, tentando que tomen interese polos temas que imos abordar. A continuación nas correspondentes seccións imos tratando os diferentes temas de álgebra que aparecen nos programas de secundaria.

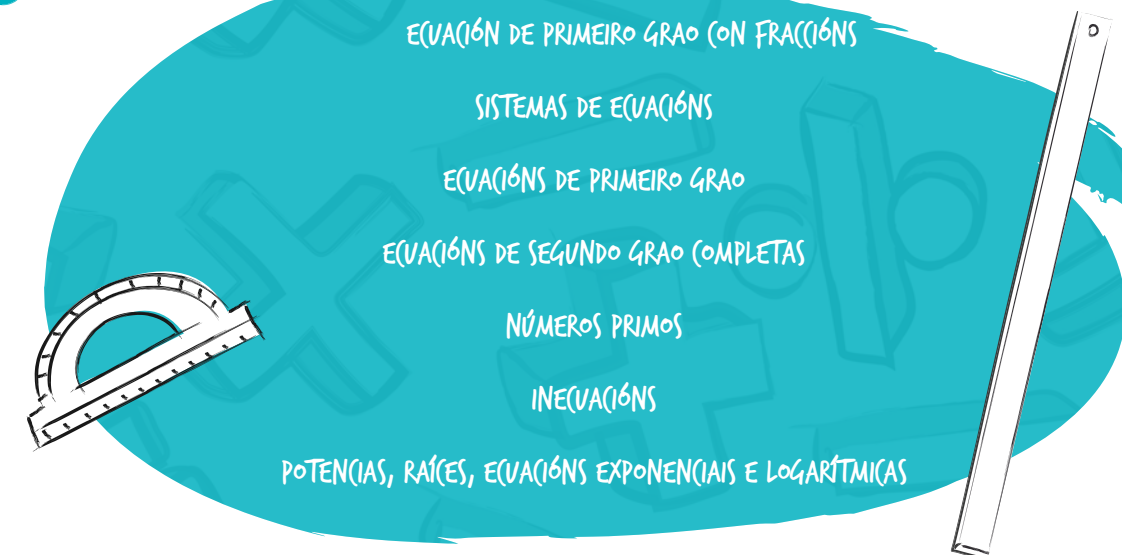
Cada sección consta dunha breve introdución ou comentario seguido de varios exercicios cuxa resolución fará que os e as estudantes fixen conceptos matemáticos á vez que van averiguando máis datos da vida de María Wonenburger. Complétase propoñendo diversos temas de debate que van xurdindo en relación coa información que van obtendo.

As seccións incluídas neste apartado son:



Ø I. PARA EMPEZAR: TRADUCCIÓN Á LINGUAXE ALXEBRAICA.

Ø II. PROBLEMAS:



Ademais, coa mesma metodoloxía, repasamos conceptos xa estudados e abordamos outros temas de Matemáticas (por exemplo, cuestións de Lóxica, propiedades dos números, porcentaxes, etc). Temos as seccións:

Ø III. INVESTIGA.

Ø IV. UN POU(CO) DE LÓXICA... RAZOEMOS.

Ø V. REPASA O QUE SABES.

No seguinte apartado “Outros temas e actividades” formulamos problemas e actividades de Matemáticas que se poden realizar fóra da aula e outras que están relacionadas coas diferentes materias que o alumnado cursa nos seus plans de estudo. As seccións que veremos aquí son:

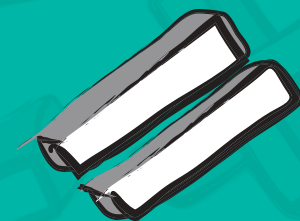
Ø VI. ACTIVIDADES EXTRA.

Ø VII. ACTIVIDADES (ON OUTRAS MATERIAS.

Finalmente, inclúese un anexo I coas solucións aos problemas expostos, un anexo II cos cursos para os que se recomenda realizar os exercicios, así como a bibliografía máis relevante.



## BREVE BIOGRAFÍA



MARÍA WØNENBURGER  
*Unha científica adiantada ao seu tempo*



# BREVE BIOGRAFÍA DE MARÍA WONENBURGER

María Josefa Wonenburger Planells, a quen chamaremos moitas veces María ao longo do texto, naceu en Montrove (Oleiros, A Coruña) o 19 de xullo de 1927, no seo dunha familia culta e con boa situación económica.

O seu apelido paterno é de orixe alsaciano; cando ela naceu, a familia xa levaba máis de catro xeneracións vivindo en Galicia e rexentaban unha coñecida fundición na Coruña. A súa familia materna procedía de Valencia.

Despois dos seus estudos primarios no Colexio Francés e posteriormente no Colexio do Anxo da Coruña, María realizou o ensino secundario no Instituto Eusebio da Guarda, situado no centro da cidade. Era unha época complicada, os anos posteriores á guerra civil española.

María, ademais dunha magnífica estudante, era afeccionada aos deportes, á música e aos idiomas, algo que seguiu cultivando ao longo de toda a súa vida.



Aínda que aos seus pais lles tivese gustado que estudase unha enxeñería, para continuar co negocio familiar, respectaron o desexo de María de estudar a carreira de Matemáticas. Posto que en Galicia non tiña a posibilidade de realizar estes estudos, en 1945 trasládase á Universidade Central de Madrid (actualmente Universidade Complutense).

Instalouse na famosa “residencia de señoritas” da rúa Fortuny, unha residencia estatal á cal acudían estudantes de clase media de diferentes lugares de España e que fora dirixida pola ilustre pedagoga María de Maeztu. Os seus prezos mantíñanse sen subir desde antes da guerra civil, polo que as comodidades que ofrecían as súas instalacións eran escasas. Alí coñeceu outras mozas e fixo boas amigas que tamén chegaron a ser destacadas profesionais nas Artes ou nas Ciencias.



Concello de Oleiros

Na Facultade, María Wonenburger destacaba polos seus bos resultados académicos, polo que era coñecida entre o profesorado e o alumnado. Este acudía moitas veces a ela para que lles explicase algún tema ou lles axudase na resolución dalgún problema, algo que sempre facía xenerosamente. Parécenos sorprendente o feito de que María cando asistía a clase nunca tomaba apuntamentos e, con calma, na súa residencia, cada día ao terminar as clases elaboraba os seus propios apuntamentos, lembrando o que lle explicaban os seus profesores, entre outros matemáticos moi coñecidos como Julio Rey Pastor, Ricardo San Juan ou Germán Ancochea.



Selo en homenaxe a Julio Rey Pastor no 2000, Ano Mundial das Matemáticas

Despois de cinco anos de carreira María obtivo o título de licenciada en Matemáticas e comezou a realizar en Madrid os cursos de doutoramento. Tamén asistía a conferencias dalgúns matemáticos estranxeiros que eran convidados polo profesorado da Facultade. Posto que naquela época tiña poucas posibilidades de obter un traballo acorde coa súa formación, os seus profesores animábana a que pedise bolsas para ampliar os seus estudos no estranxeiro e así solicitou e obtivo unha bolsa Fulbright para realizar a tese doutoral nos EE.UU. (foi a primeira matemática española en obtela).



No verán de 1953 María, cos demais estudantes bolseiros procedentes de diferentes cidades do Mediterráneo, viaxa en barco desde Xibraltar a Nova York. Alí, despois dun curso intensivo de inglés, trasládase á Universidade de Yale (Connecticut), onde o famoso matemático Nathan Jacobson será o seu director de tese.



María Wonenburger en Madrid coa súa nai, a súa amiga Alicia Iturriz e Ricardo Macarrón

Unha vez terminado o seu doutoramento en EE.UU., María Wonenburger regresa a España coa intención de quedar e conseguir traballo. Pero aquí non lle recoñecen o título americano de doutora, polo que realiza outra tese doutoral en España, coa que tampouco obtén o título de doutora, esta vez por problemas burocráticos. Posteriormente, o destacado matemático Israel Halperin propónlle que vaia a Canadá a traballar con el, e María volve solicitar unha bolsa -que se lle concede- e trasládase a ese país.

María Wonenburger foi profesora na Universidade de Toronto (Canadá) e posteriormente nas universidades de Buffalo e Indiana (EE.UU.), chegando a ser “Full Professor”, o equivalente en España á categoría de “Catedrática”, a máis elevada na Universidade.

Durante ese tempo, María publicou artigos de investigación en prestixiosas revistas de Matemáticas e dirixiu varias teses doutorais, algunhas delas de gran repercusión internacional. A súa investigación enmárcase na área de Álgebra; son de destacar as aplicacións que tiveron os traballos de María Wonenburger e dos seus alumnos/as no campo das Matemáticas, a Física e a Informática.

As súas discípulas e discípulos encomian sempre o bo carácter e a intelixencia de María: sabíao dirixir con destreza e conseguía transmitirles a súa paixón pola investigación e polas Matemáticas. María Wonenburger retirouse da docencia e da investigación por motivos persoais: dedicarse ao coidado da súa nai. É seguro que de seguir co seu traballo tería conseguido aínda máis logros na súa xa destacada carreira. Desde a súa xubilación prematura María Wonenburger viviu na Coruña, alí seguía cultivando as súas afeccións e a súa paixón polas Matemáticas, habitualmente podía vela acompañada das súas amigas e amigos nalgún concerto, no cinema ou paseando preto da praia. Nesta cidade faleceu o 14 de xuño de 2014.

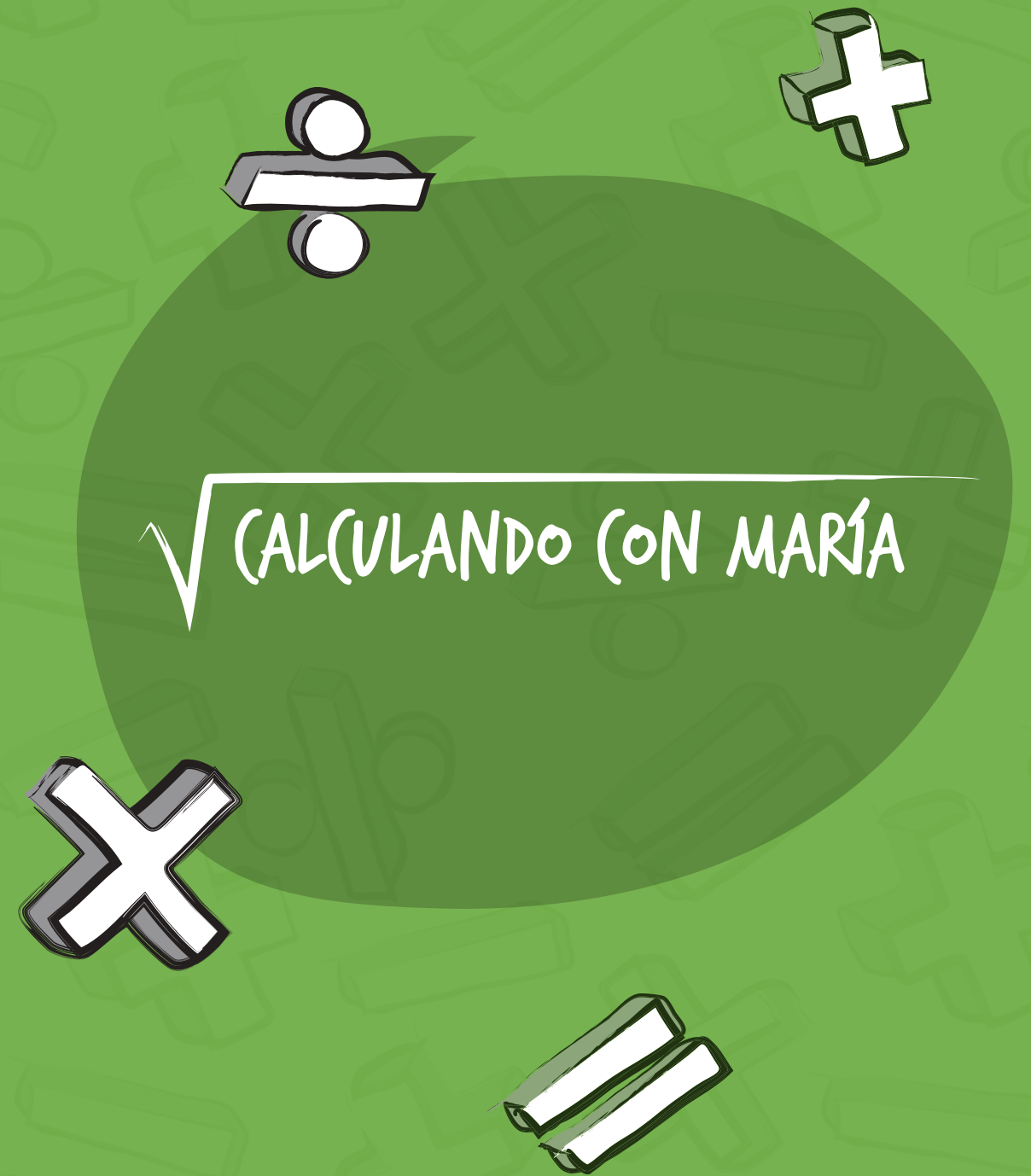


Placa do Parque María Wonenburger.  
Concello de Oleiros

Desde o ano 2006, María Josefa Wonenburger Planells dá nome aos premios da “Unidade Muller e Ciencia” da Secretaría Xeral de Igualdade da Xunta de Galicia.

Para coñecer máis detalles e datos da vida desta apaixonante matemática galega propoñémosche que resolvas os problemas e cuestións que se expoñen nesta unidade didáctica e descubrirás moitas cousas interesantes.





MARÍA WØNENBURGER  
*Unha científica adiantada ao seu tempo*



## ¿SABÍAS QUE...?

Podemos dicir que a álgebra é a arte de facer cálculos do mesmo xeito que en aritmética, pero con obxectos matemáticos non numéricos.

Convén distinguir entre:

- **Álgebra elemental**, que é a parte da álgebra que se ensina xeralmente nos cursos de Matemáticas de educación secundaria.
- **Álgebra abstracta** é o nome dado ao estudo das «estructuras alxebraicas» e é na que traballou María.

A Álgebra é unha das grandes ramas das Matemáticas e foi cultivada polos árabes, que renovaron o seu aspecto orixinal dado polos gregos, babilonios e hindús.

Precisamente, a palabra "álgebra" provén do termo árabe **al-ġarab** que aparece no título do escrito **Al-kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-ġarabī wal-muqābala** (Compendio de cálculo por reintegración e comparación) do matemático e astrónomo persa **Muhammad-ibn-Musa-al-Jwarizmi**, coñecido por **Al-Juarismi**, que viviu na primeira metade do século IX.

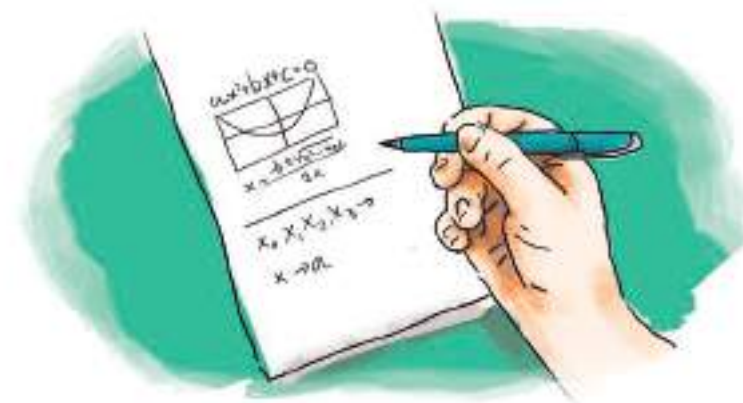


Selo emitido en 1983, no 1200 aniversario do matemático Al-Juarismi

A palabra **jabr** significa inserir, restaurar, no sentido médico de compoñer un membro dislocado. No contexto das ecuacións alxebraicas significa transposición de termos, é dicir, cando se quita un sumando a ecuación recomponse colocando o devandito sumando no outro membro e co signo cambiado. Por exemplo, a ecuación  $5x^2 - 25x + 3 = 4$  pódese transformar na ecuación  $5x^2 + 3 = 4 + 25x$ .

A palabra **muqabala** fai referencia á redución de termos. Por exemplo, a ecuación  $4x^2 + 12x - 5x = 2$  pódese transformar en  $4x^2 + 7x = 2$

## ✓ I. PARA EMPEZAR: TRADUCCIÓN Á LINGUAXE ALXEBRAICA



### ¿SABÍAS QUE...?:

Cando se aborda a resolución dun problema que está na linguaxe usual, é conveniente traducilo previamente á linguaxe alxebraica. Esta linguaxe utiliza letras, números e símbolos matemáticos.

Se fixamos a nosa atención nas orixes chineses da Álgebra, encontrámonos con que o nome chinés para "Álgebra" é dāi shù e que se refire ao uso de variables. Precisamente, as variables son as letras que se utilizan para representar cantidades descoñecidas.



### PRACTICA:

- 1) María sempre foi moi afeccionada á música, non só a escoitala senón tamén a interpretala. Traduce a unha igualdade alxebraica a seguinte afirmación sobre o número de cordas do instrumento que tocaba María de moza: o triplo do número de cordas é igual ao cuádruplo de restarlle 1 ao número de cordas.

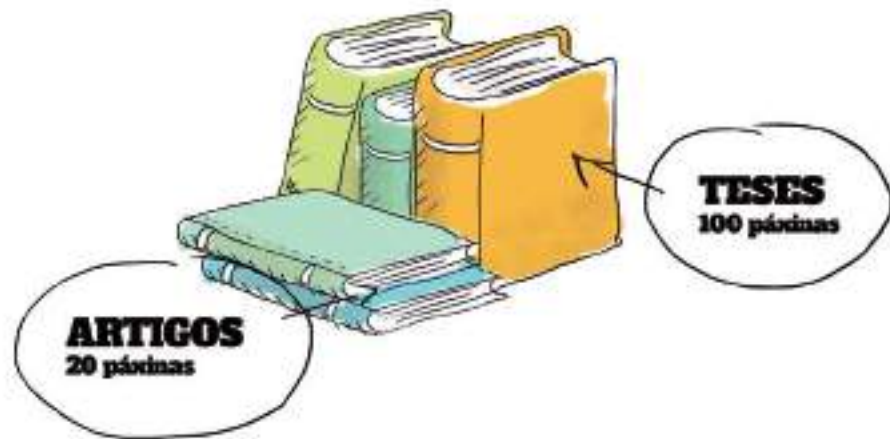


María Wonenburger. Pintada por Alicia Iturrioz.

(Foto X. E. Pujales)

2) Denotamos por  $A$  o número de artigos que escribiu María e por  $T$  o número de teses doutorais que dirixiu. Sabendo que os artigos tiñan ao redor de 20 páxinas e as teses 100, cal das seguintes expresións indica o número total de páxinas escritas entre artigos e teses? E o número de páxinas de artigos? E o de teses?.

- a)  $20A + 100T$ .
- b)  $100T$ .
- c)  $20A$ .
- d)  $A - 7T$ .



3) Se  $x$  e  $y$  son as idades actuais de dúas amigas de María, expresa os seguintes enunciados utilizando as dúas incógnitas:

- a) A suma das idades que tiñan hai 7 anos.
- b) O triplo da idade da maior menos a metade da idade da menor.
- c) O cadrado da diferenza de idades.

4) Chamando  $x$  ás materias que cursou María durante os seus estudos de primaria, expresa alxebraicamente o seguinte enunciado:

- a) O dobre do resultado de restarlle 5
- b) A súa terceira parte máis 6 unidades
- c) A súa metade máis 1

## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Resúltache difícil transformar un problema nunha ecuación? Que materias che resultan máis complicadas? A que cres que se debe?

## II. PROBLEMAS



### ¿SABÍAS QUE...?:

Na Matemática de Mesopotamia e Babilonia xa se resolvían ecuacións (1800-1700 a. C.).

Os problemas xurdían na vida diaria: repartir alimentos, colleitas, materiais, contar o tempo, medir terras...

Posteriormente, os exipcios desenvolveron tamén unha álgebra moi elemental e tiñan un método para resolver ecuacións de primeiro grao que se chamaba o "método da falsa posición". Nese momento aínda non tiñan unha linguaxe alxebrica moi elaborada pois non designaban as incógnitas de ningunha maneira.

Os gregos (300 a. C.) elaboran a chamada "álgebra xeométrica", rica en métodos xeométricos para resolver ecuacións alxebricas.

Ao redor do século I d. C. os matemáticos chineses escribiron o libro Jiu zhang suan shu (que significa "A arte do cálculo"), no que expuxeron diversos métodos para resolver ecuacións.

No século III o matemático grego Diofanto de Alexandría publicou a súa Aritmética, na cal tratou dunha forma rigorosa as ecuacións de primeiro grao. Introduciu un simbolismo alxebraico moi elemental ao designar a incógnita cun signo que é a primeira sílaba da palabra grega **arithmos**, que significa número. Os problemas de álgebra que propuxo prepararon o terreo do que séculos máis tarde sería a "teoría de ecuacións". A pesar do rudimentario da súa notación simbólica e do pouco elegantes que eran os métodos que usaba, pódese considerar como un dos precursores da álgebra moderna.



## A) ECUACIÓN DE PRIMEIRO GRAO CON FRACCIÓNS

### ¿SABÍAS QUE...?:

O concepto matemático de fracción corresponde á idea intuitiva de dividir unha cantidade en partes iguais. Considérase que foron os exipcios os que usaron por primeira vez as fraccións. Os babilonios desenvolveron un eficaz sistema de notación fraccionaria.



### PRACTICA:

1) María empezou o colexio con 4 anos para realizar os seus estudos de primaria. Os seus pais vivían no Temple, na ría do Burgo, localidade próxima á cidade da Coruña pero durante a semana ela vivía coas súas tías no centro da cidade. Cantos metros percorría a diario María desde a casa das súas tías ata o seu colexio se sabemos que primeiro percorría  $\frac{1}{3}$  do traxecto, despois descansaba, logo percorría  $\frac{2}{5}$  do que lle faltaba e aínda así lle quedaban 324 metros para chegar?.



María Wonenburger de nena

2) María adoitaba acompañar a súa nai ao mercado e esta pedíalle con frecuencia que repasase as contas. Sábese que compraron:

- $\frac{3}{4}$  de kg de peras a 20,60 pesetas o kg.
- 2 bolsas de pementos a 30 pesetas a bolsa.
- 3 kg de carne a 100 pesetas o kg, pero rebaxárona un 10% cada kg.
- 1 kg de peixe que custaba 60 pesetas o kg e subiu un 5% cada kg.

Cres que María lle dirá á súa nai que a conta é correcta se o tendeiro lle quere cobrar 408,45 pesetas (peseta era a moeda da época)



### REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Cres que as Matemáticas son útiles na túa vida diaria? E para a sociedade? Que aplicacións consideras máis importantes?

## B) SISTEMAS DE ECUACIÓNS

### ¿SABÍAS QUE...?:

Os sistemas de ecuacións lineais foron xa resoltos polos babilonios, os cales chamaban as incógnitas con palabras tales como lonxitude, anchura, área, ou volume sen que tivesen relación con problemas de medida.



### PRACTICA:

1) En 1953 María viaxou aos EE.UU. en barco con outros estudantes bolseiros. Había dous barcos: o Independence e o Constitution. Responde en que barco viaxou María se sabemos que:

- Ela quería viaxar nun camarote individual.
- Un dos barcos só tiña camarotes dobres.
- A suma da pasaxe de ambos os dous barcos é de 815 persoas.
- A diferenza entre o número de persoas que viaxaban no Constitution e no Independence é de 185.
- Os barcos teñen todas as prazas ocupadas.



María W. primeira pola esquerda no barco que a levou a América

2) Calcula o ano do século pasado no que se doutorou María na Universidade de Yale se a cifra das unidades menos a cifra das decenas é 2 e a suma de ambas é 12.

3) O profesor de Matemáticas de María está moi contento pois ese día todos na clase resolveron correctamente os sistemas de ecuacións. Por iso proponlles algo un pouco máis difícil: enlaza os sistemas da esquerda con algún dos apartados da dereita.

$$\begin{aligned} a) & \begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \\ b) & \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 9 \end{cases} \\ c) & \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

- 1) *as solucións*
- 2) *Unha solución*
- 3) *Sen solución*

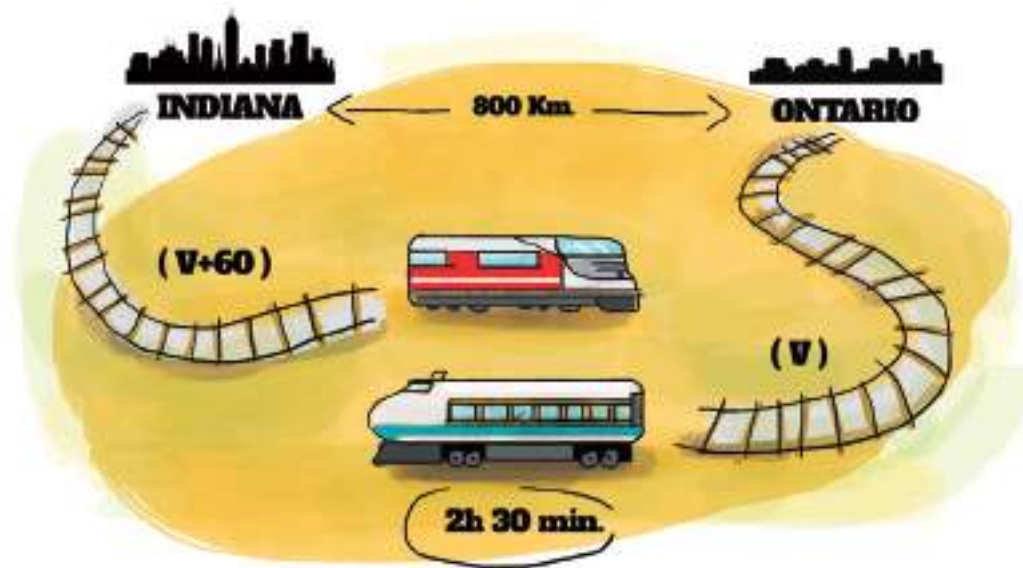
4) Na cafetería da Facultade na que María era profesora había dous menús: un a 5 dólares e o outro a 8 dólares. Ao finalizar o horario de comidas serviron 50 menús e gañaron 310 dólares. Cantos menús de cada tipo serviron?

5) Na cafetería anterior os alumnos e as alumnas adoitan beber, ademais de auga, gasosa e refresco de laranxa. O dono quere preparar unha mestura formada por gasosa de 2 euros o litro e refresco de 3 euros o litro. Cantos litros necesita mesturar de cada bebida para obter 50 litros da mestura a 2,2 euros o litro?

6) Cando María traballaba na Universidade de Indiana (EE.UU.) acudiu a un congreso na súa antiga universidade, en Ontario (Canadá). A distancia entre ambas as dúas cidades é aproximadamente de 800 km. En Indiana María colleu un tren en dirección a Ontario e simultaneamente saiu outro tren de Ontario cara a Indiana. Tardaron en cruzarse 2h. 30 min. Que velocidade levaba o tren no que ía María sabendo que a velocidade dese tren superaba á do outro en 60 km/h?



María W. na segunda fila, nun congreso en Ontario



## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

a) Que son as bolsas Fulbright? (María obtivo unha para estudar o doutoramento en EE.UU.). Comenta, segundo o teu parecer, a importancia ou non que teñen as bolsas, cales deben ser os criterios de concesión ou que consecuencias sociais teñen.

b) Gustaríache estudar unha carreira fóra da túa cidade ou no estranxeiro? Indica as vantaxes e inconvenientes para o/a estudante, enumera as vantaxes e inconvenientes para o país ao que se acode a estudar e para o país que se abandona.

## C) ECUACIÓNS DE PRIMEIRO GRAO

### ¿SABÍAS QUE...?:

Todas as persoas que estudaran un pouco de Matemáticas, mesmo no seu nivel máis básico, notarían que cando temos unha incógnita esta denomínase cun "x", pero como xurdiu esa forma de representación?

Aínda que o concepto abstracto de incógnita apareceu moitos séculos antes e tivo outras denominacións, o "x", como denominamos na actualidade a incógnita nunha ecuación de primeiro grao, nace da palabra árabe para representar unha cantidade numérica non coñecida, esta palabra era **shei**. Ao traducir ao grego textos matemáticos árabes, por unha cuestión de simplicidade, traducírona como **xei**. Co tempo os cálculos foron gañando complexidade e **xei** foise acurtando ata converterse nun "x". É así que hoxe en día, en Matemáticas e noutras situacións, utilizamos o "x" para representar unha incógnita.



### PRACTICA:

1) María, en 1957, despois de doutorarse en EE.UU. baixo a dirección do famoso alxebrista Nathan Jacobson regresou a Madrid onde estivo uns anos, aquí non se lle recoñeceu o seu título americano de doutora por iso ao volver realizou unha segunda tese doutoral. Chamando x ao número de anos que durou a súa estadía e sabendo que o seu triplo coincide coa metade do resultado de sumarlle 15 unidades canto tempo durou a súa estadía en Madrid?



- 2) María e Robert Moody, o seu primeiro alumno de tese, en xaneiro de 2014 lévanse 14 anos, se nese momento a suma da idade de ambos os dous é de 158 anos cantos anos ten cada un? María naceu no mes de xullo pero de que ano?



- 3) María tiña unha fabulosa biblioteca de libros de Matemáticas, en total 1000 libros. Os de Álgebra tenos nun andel vermello e os outros nun branco. Cantos libros tiña de Álgebra se sabemos que ao cambiar 1/6 dos libros do andel branco ao vermello quedan no vermello o mesmo número de libros que no branco?

- 4) A María gústalle moito a pintura, entre as súas moitas amigas en Madrid estaba a pintora Alicia Iturriz. No salón da súa casa María ten algúns cadros pintados pola súa amiga. Indica cantos cadros ten María no seu salón, se o dobre dese número menos 8 é igual á dita cantidade.

## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

María estudou a súa carreira en Madrid e realizou o doutoramento en EE.UU; como se dixo non se lle recoñeceu en España o seu título de doutora obtido en EE.UU.

- Indaga desde cando as mulleres puideron acudir á universidade en España e en Europa. Analiza este tema.
- Por que cres que ata hai pouco tempo nas carreiras técnicas apenas había mulleres?, hai carreiras máis masculinas ou máis femininas que outras?

## D) ECUACIONES DE SEGUNDO GRAO (COMPLETAS)

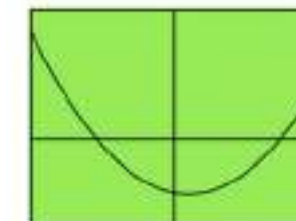
### ¿SABÍAS QUE...?:

O nacemento en Exipto de Abu Kamil ibn Aslam ibn Mohammed é próximo ao falecemento de al Jwarizmi, de quen xa falamos antes. Realizou un tratado de Álgebra do que chegou aos nosos días unha tradución do orixinal en árabe. As ecuacións de segundo grao resólveas xeometricamente igual que o seu predecesor.

Dun modo bastante dificultoso, chegou a un resultado ben coñecido: a suma de dous números pola súa diferenza é igual á diferenza dos seus cadrados.

### Ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



### PRACTICA:

- 1) Entre 1960 e 1966, antes de trasladarse aos EE.UU., María viviu en Canadá, e este é un lugar moi frío no inverno. Entre que valores permanecía a temperatura no mes de xaneiro sabendo que cada valor ao cadrado máis 7 veces o valor é igual a -10.

- 2) Cantas irmás ten María sabendo que ese número é solución da ecuación ?

$$x^2 - 2x + 1 = 0?$$

## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

María ao longo da súa carreira profesional recibía moitas ofertas de traballo pero fóra de España, nunca aquí. Na súa vida laboral cambiou de universidade e de país voluntariamente en varias ocasións.

- Reflexiona sobre estereotipos e expectativas de xénero e como estes poden limitar as posibilidades de homes e mulleres. Cres que aínda hai desigualdades para que as mulleres poidan acceder á universidade? E dificultades para conseguir un posto de traballo acorde cos seus méritos?

b) Consideras que é positivo traballar en lugares diferentes? gustaríache traballar sempre no mesmo sitio? gustaríache ou non dedicarte sempre á mesma profesión?

c) Cres que os medios de comunicación transmiten mensaxes estereotipadas de homes e mulleres e iso condiciona a elección dos estudos?

d) Que é para ti a igualdade de oportunidades? Cres que no teu centro educativo hai igualdade? Cal é a túa actitude en relación ás condutas discriminatorias?

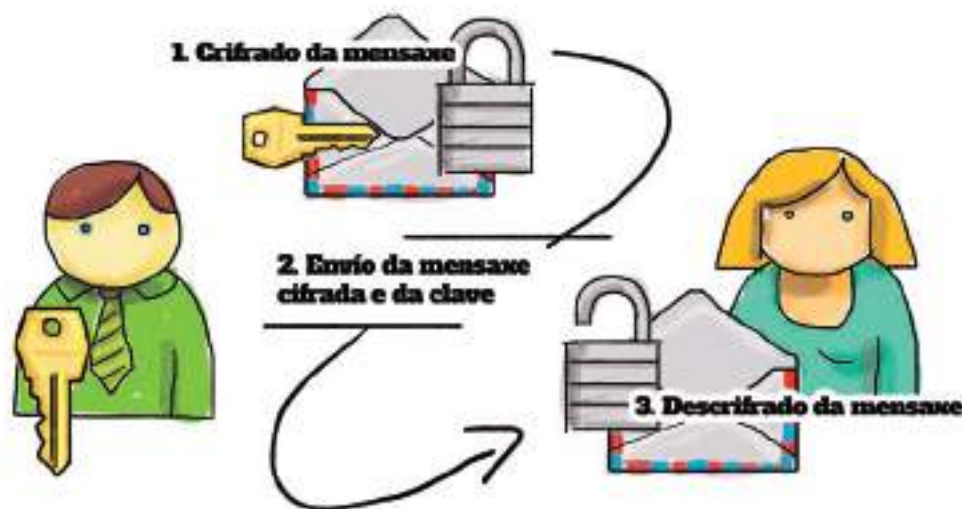
## E) NÚMEROS PRIMOS

### ¿SABÍAS QUE...?:

A palabra Criptografía ten a súa orixe no grego *kryptos*= escondido + *graphein* = escritura.

O seu obxectivo é ocultar o significado dunha mensaxe. Para iso, antes de enviar a mensaxe, o emisor codifica mediante unha clave secreta, e esta codificación só poderá ser descifrada por quen coñeza a clave.

Esta idea foi usada desde a antigüidade. Por exemplo, na guerra das Galias, o emperador Julio César substituía cada letra da mensaxe pola letra que estaba tres posicións máis adiante no alfabeto.



Usando números primos moi grandes puidéronse desenvolver sistemas criptográficos chamados “de clave pública” que permiten intercambiar datos con gran seguridade. A clave constrúese usando un par de números primos e calculando o seu produto. Aínda que alguén coñeza o devandito produto, resultaralle moi difícil coñecer os primos da súa factorización. Por iso é moi valioso coñecer primos moi grandes, e é moi interesante descubrir novos números primos.



### PRACTICA:

1) O primeiro “polinomio dos primos” de Euler é:  $P(x) = x^2 + x + 41, x = 0, \dots, 39$ , onde  $P(x)$  é primo.

En que ano do século XX partiu María do porto de Xibraltar con destino a América sabendo que é o valor numérico de  $P(x)$  para  $x = 3$ ?

2) Ata que ano do século pasado permaneceu María en Indiana (EE.UU.) sabendo que:

- A suma das súas dúas cifras é o primeiro número primo de dúas cifras e
- Se investimos as súas dúas cifras obtemos outro número cuxo dobre é igual ao inicial menos 7 unidades?
- O número obtido é primo ou composto?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

### REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Despois de estar en Indiana, María Wonenburger retirase prematuramente e volve a España para dedicarse ao coidado da súa nai.

Cres que as mulleres renuncian a máis cousas na súa profesión por axudar a súa familia? É positivo para a sociedade? É positivo para elas?



## F) INECUACIÓNS

### ¿SABÍAS QUE...?:

Unha inecuación é unha expresión alxebraica que se caracteriza polos signos de desigualdade. A súa solución é o conxunto de todos os valores da variable que verifican a inecuación e adóitase dar mediante unha representación gráfica ou un intervalo.

Lembra que a notación  $a \gg b$  quere dicir que "a é moito maior que b".



### PRACTICA:

1) María ía ás veces ao Instituto en bicicleta, unha empresa alugábaas a 3 pesetas a hora e outra empresa a 2 pesetas a hora, máis 5 pesetas fixas para o seguro. A partir de cantas horas é máis económico alugar na segunda empresa?

2) María sempre que llo pedían axudaba os seus compañeiros e compañeiras, explicáballes conceptos e problemas que non entendían. Despois dun exame atópase cunha desas compañeiras; escribe, usando desigualdades, as seguintes afirmacións da compañeira de María.

a) Seguro que obteño, polo menos, un 7 no exame.

b) O exame durou das 8 da mañá ás 3 da tarde.

3) O pai de María tiña unha coñecida fundición na Coruña, onde se fabricaban, entre outras cousas, tapas de sumidoiro, unhas redondas e outras cadradas. Para a súa fabricación necesitábanse 2 e 5 horas de traballo manual, respectivamente, segundo a súa forma; e para pintalas 1h e 2h respectivamente. Se non se podían superar á semana 200h de traballo manual e 90h de traballo de pintura, representa o recinto das posibles solucións; isto é, o máximo número de tapas redondas e/ou cadradas que se podían fabricar á semana baixo esas condicións.



## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Consideras que axudar os teus compañeiros e compañeiras nos seus estudos, por exemplo prestándolles apuntamentos ou axudándolles a resolver problemas, é algo que che beneficia? Cres que che pode prexudicar?

## G) POTENCIAS, RAÍCES, ECUACIÓNS EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS

### ¿SABÍAS QUE...?:

Os logaritmos creáronse para facer grandes cálculos, por exemplo en Astronomía. Hoxe xa non son necesarios para iso, grazas á calculadora ou o computador. Con todo, durante séculos de uso, os logaritmos deixaron a súa pegada nas Matemáticas e aínda hoxe é necesario que os coñezas; pero agora xa non para calcular, senón para utilizalos como concepto asociado a moitas situacións. En particular, son útiles as escalas logarítmicas (por exemplo, a Escala de Richter para medir a enerxía que libera un terremoto).



### PRACTICA:

1) Na clase de Uxío hai 25 estudantes. Cando se decatan de quen é María Wonenburger cada un deles cóntallo a 5 persoas e para iso inviste unha hora. Se cada persoa que o vai sabendo llo conta nunha hora a outras 5, ao transcorrer 5 horas cantas persoas saberán quen é María Wonenburger? Escribe a resposta en forma de potencia.

2) A María gustáballe resolver ecuacións logarítmicas, exponenciais, con raíces etc. e facíao con moita rapidez. Cronometra cos teus compañeiros e compañeiras o tempo que tardades en resolver as seguintes ecuacións. Cal vos resulta máis doada?

$$a) 2^x + 3 + 2^x = 7$$

$$b) \log(5x + 3) - \log(x) = 1$$

$$c) \sqrt[3]{x - \frac{2}{x}} = \frac{-1}{x}$$

3) No verán de 1957 María traballou nun laboratorio de Física. Alí decatouse de que en física nuclear se define o período de semidesintegración como o tempo necesario para que se desintegre a metade dos núcleos dunha mostra inicial dun radioisótopo. Sabendo que o período de semidesintegración do Radón-222 é aproximadamente de 4 días, se temos 160g de Radón-222 En canto tempo se transformará en 10g?

## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Algúns veráns, como se dixo, María buscaba algún traballo, pois a bolsa da que gozaba durante o curso non cubría os meses estivais. Sabes que algúns estudantes traballan para pagarse os estudos? Ves isto positivo ou cres que non debería ocorrer?

## III. INVESTIGA



Nou hai nada máis estimulante que un caso onde todo está na túa contra.  
(Sherlock Holmes de Arthur Conan Doyle)



## PRACTICA:

1) En 1953, María obtivo unha bolsa para facer o seu doutoramento en EE.UU. Investiga en que ano regresou definitivamente a España sabendo que:

- Estivo entre 25 e 35 anos.
- O ano en que regresou non é par.
- O ano en que regresou é múltiplo de 3.
- O ano en que regresou non é múltiplo de 4 nin de 5 nin de 7 nin de 10.
- A cifra das decenas é maior que o dobre das cifras das unidades.

2) En que ano do século XX publicou María o seu primeiro traballo sabendo que ese número é o resultado de multiplicar 10 polo mínimo común múltiplo (mcm) dos 2 primeiros números primos?



3) María Wonenburger era unha gran afeccionada aos deportes.

a) Proba os teus coñecementos unindo cada elemento do conxunto da esquerda cun elemento do conxunto da dereita:



b) A que deporte dos anteriores xogaba María sabendo que en cada partido se xogan tantos minutos en total como o mínimo común múltiplo de 8 e 5 (m.c.m. (8,5)).

4) Que idade tiña María cando comezou a estudar no Instituto “Eusebio da Garda” se é un número par, o 5 é un dos seus divisores e é menor que 15?



## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Ademais de estudar as materias do Instituto, cres que os estudantes deben realizar outras actividades como deportes, música ou idiomas? Tes tempo para iso?

## IV. UN POU(CO) DE LÓXICA... RAZOEMOS



É certo que un matemático non é digno dese nome se non é un pouco poeta.

Sofia Kovalévskaya (matemática)



### PRACTICA:

1) En 1976, dez anos despois de doutorarse Robert Moody, o primeiro alumno de doutoramento de María Wonenburger, atópanse María e tres dos seus discípulos (Robert Moody, Stephan Berman e Richard Lawrence).

Durante a conversa, María exponlles un problema e afirma: “Todo aquel que resolva o problema será convidado á miña casa en España”.

Indica se os seguintes feitos poden ocorrer ou algún é imposible:

- a) Stephan non o resolveu e foi convidado.
- b) Richard non o resolveu e non foi convidado.
- c) Robert resolveuno e non foi convidado.



María Wonenburger con S. Berman

2) Ordena as universidades nas cales estivo María Wonenburger ao irse de España se sabemos que:

- Despois de Toronto foi a Buffalo .
- Despois de rematar a licenciatura en Madrid realizou o seu doutoramento en Yale.
- Estivo un ano en Buffalo antes de ter o posto definitivo en Indiana.
- María, sendo xa doutora, foi profesora en Toronto durante 6 anos.

3) O premio María Wonenburger foi creado pola Xunta de Galicia. Cada ano recibe este premio algunha científica galega que destacase pola súa traxectoria profesional.

a) Adiviña en que ano foi creado o premio se escoitamos esta conversa entre as tres primeiras premiadas:

- Inmaculada Paz Andrade (física): “a min déronmo no ano seguinte da súa creación”.
- María Teresa Miras Portugal (farmacéutica): “a min déronmo no 2008”.
- María Soledad Soengas González (bióloga): “a min déronmo nun ano impar non divisible por 3”.

b) As seguintes premiadas recibiron o premio entre os anos 2010 e 2014. Adiviña o ano que corresponde a cada unha delas se escoitamos esta conversa entre as premiadas:

- Ofelia Rey Castelao (catedrática de Historia Moderna): “a suma das cifras do ano en que me deron o premio é un número par”.
- Carmen García Mateo (enxeñeira de telecomunicacións): “a suma das cifras do ano en que me deron o premio é un número primo”.
- María Tarsy Carballas Fernández (edafóloga): “as cifras do meu ano tamén suman un número primo que é divisor de 30”.
- Carmen Navarro Fernández-Balbuena (investigadora en Neurociencia): “o ano en que recibín o premio é un múltiplo de 5”.
- María José Alonso Fernández (catedrática de Farmacia): “as dúas últimas cifras do ano no que me deron o premio forman un número primo non divisor de 44”.

## REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Consideras positivo que as institucións recoñezan os méritos das persoas que se dedican á ciencia?

Por que a sociedade pode dar nomes de escritores/as, futbolistas, actores/actrices famosos/as pero apenas se coñecen científicos/as ou matemáticos/as importantes?

## V. REPASA O QUE SABES



Defende o teu dereito a pensar, porque mesmo pensar de xeito erróneo é mellor que non pensar.

**Hipatia de Alexandría (matemática, astrónoma, filósofa)**



## A) PORCENTAXES



### PRACTICA:

1) En Madrid, cando María estudaba, a materia de Matemáticas de primeiro curso era común para os estudos de Matemáticas, Física, e Química, entre outros. Se había 200 estudantes e 35 eran mozas, calcula a porcentaxe de alumnas.

2) María foi profesora na Universidade de Indiana (EE.UU.) preto de 25 anos. Cando empezou, en 1967, era a única muller nun claustro de 40 profesores de Matemáticas, que porcentaxe de profesoras había?



## B) REPARTICIÓNS PROPORCIONAIS E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS



### PRACTICA:

1) Cando María Wonenburger ía ao Instituto o profesor de Matemáticas propúxolles un problema aos 3 alumnos e alumnas que sacasen mellores notas, díxolles: repartirei esta bolsa con 150 caramelos de maneira inversamente proporcional ao número de minutos que tardedes en responder o problema. María respondeu en 3 minutos, Xoán en 10 e Luisa en 15.

- Cantos caramelos recibiu cada un?
- Se o profesor repartise os caramelos de maneira directamente proporcional ao tempo que investiu cada un, sería xusta a repartición? Por qué?

## C) INTERESE SIMPLE E INTERESE COMPOSTO

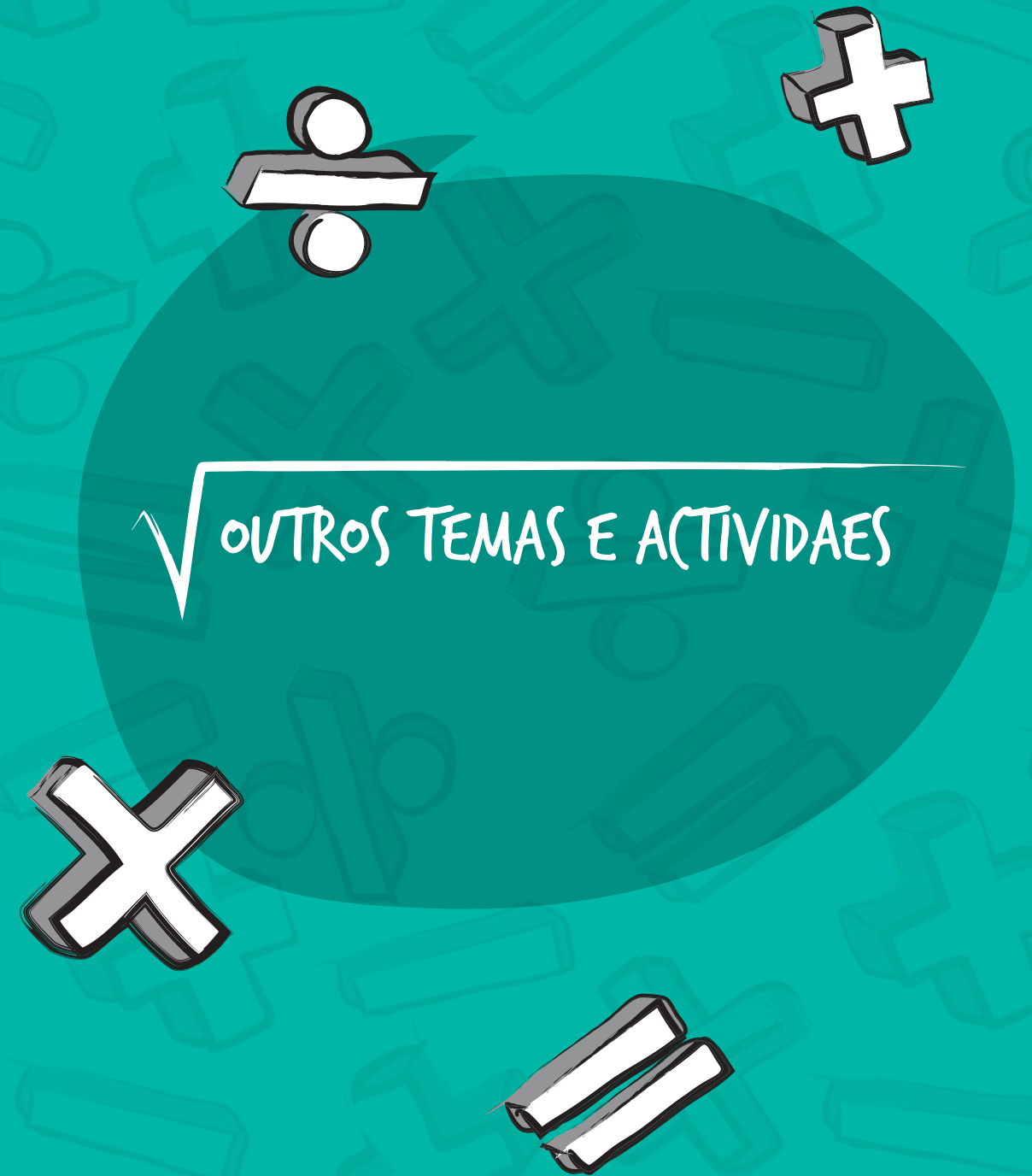
- Se o tempo en que María estudou a carreira de Matemáticas en Madrid, 5 anos, depositase 10.000 pesetas ao 4% anual. Canto diñeiro tería ao terminar a carreira?
- No caso anterior se non retirase os xuros cada ano, en canto se convertería o seu capital?

### REFLEXIONA, COMENTA E OPINA

Agora que resolviches todos os problemas deste capítulo

- Cres que aprendiches cousas novas? Tes máis información sobre a vida de María Wonenburger?
- Gústache máis a Álgebra?
- Na túa opinión, indica que se pode facer para que na sociedade non se volvan repetir as dificultades que tivo que superar María Wonenburger na súa vida profesional.





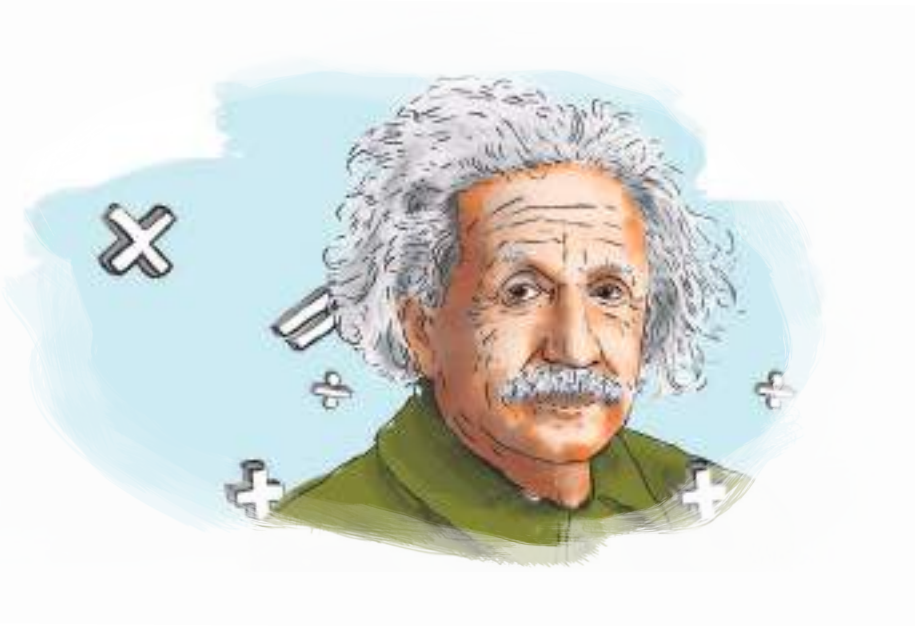


## VI. ACTIVIDADES EXTRA



*Nunca consideres o estudo como unha obrigación senón como unha oportunidade para penetrar no fermoso e marabilloso mundo do saber.*

**A. Einstein**



### PRACTICA:

1) Coas respostas aos exercicios elabora unha ficha que complete os datos da biografía de María que aparece ao principio do texto.

2) Realizar unha excursión de fin de curso ao parque “María Wonenburger” en Montrove –Oleiros (A Coruña).

Durante o percorrido pídese ao alumnado que dea resposta, entre outras, ás seguintes preguntas:

- A que polígono se asemella a forma que ten o parque?
- Se o lado que forma a base do parque é o dobre da altura, sabendo que o parque mide  $10.000 \text{ m}^2$ . Canto mide de longo e de ancho aproximadamente o parque?
- Cantas persoas caben no parque se supoñemos que en cada metro cadrado caben aproximadamente 4 persoas?
- Busca no parque a árbore máis antiga e a máis nova e calcula cantos anos teñen sabendo que a suma dos seus anos é 101 e a súa resta 99.



Foto aérea do parque María Wonenburger en Oleiros. Google maps

e) O xardineiro que coida o parque rega as flores cada 3 días e as árbores cada 5 días. Se no mes de xullo regou flores e árbores o día 1, cantas veces nese mes coincide que regue as flores e as árbores á vez?

f) No parque hai un parterre de flores en forma de triángulo rectángulo. Se a hipotenusa do triángulo mide 10m e os catetos verifican que a súa diferenza é 2 metros. Cal é o perímetro do devandito triángulo?

g) A alcaldía quere reservar unha zona no parque para aparcas bicis, e quere que mida 21 m de ancho e 60 m de longo. Como ten que encargar lousas cadradas para esa zona, canto deben medir como máximo esas lousas para que non teñan que partir en anacos ningunha? cantas ten que encargar? Se cada lousa ten un custo de 20 euros canto lle custan as lousas?

3) Realizar unha excursión ao Parque de Santa Margarita e buscar o monolito no paseo das Ciencias dedicado á matemática María Wonenburger.

Aproveita para asistir a algunha das sesións do Planetario.

Durante o percorrido formúlanselle ao alumnado as seguintes cuestións:

- Podes aproximar o volume do monolito sabendo que a base é un cadrado de 60 cm de ancho e a altura é de 1m aproximadamente? (Supoñer que a forma é un prisma cuadrangular)
- Posto que estás á beira do Planetario indaga quen foi a galega Antonia Ferrín Moreiras.
- Nas materias de Matemáticas e nas de Física e Química estudouse a notación científica, comproba que comprendiches o tema realizando os seguintes exercicios:

Expresa en notación científica:

- Distancia da Terra ao Sol: 150.000.000 km
  - Caudal dunha fervenza: 1.200.000 l/s
  - Velocidade da luz: 300.000.000 m/s
  - Emisión de  $\text{CO}_2$  nun ano en España: 54.900.000.000 kg
  - A estrela Alfa-Centauro está a 3-4 anos luz da Terra. Expresa en km esa distancia. (Ano-luz = distancia que percorre a luz nun ano).
  - A masa dun protón:  $1,67/100000...0000^*$  gramos (\*27 ceros en total).
  - Unha micra é 0,001 mm. Expresa en milímetros a media da medida das células óseas que é de 18 micras.
- Gústache o parque? Busca máis personaxes homenaxeados.
  - e) Coñeces algún outro parque dedicado a algún/a científico/a?



María Wonenburger na inauguración do monolito na súa honra, Paseo das Ciencias (A Coruña)

## VII. ACTIVIDADES (ON OUTRAS MATERIAS



Con traballo e esforzo pódese conseguir o que un quere.

María Wonenburger (Matemática)

Nesta sección pretendemos dar unha orientación sobre diversas actividades para realizar con outras materias diferentes ás Matemáticas. O obxectivo é que o alumnado despois de coñecer a biografía de María Wonenburger aproveite o que aprendeu para enlazar con outros temas; isto permitiralle por unha banda afianzar o coñecemento sobre a súa figura e por outra, estudar de forma sinxela e diferente ao habitual outras materias. O profesorado da materia en cuestión é quen debe decidir as tarefas máis adecuadas para que sexan realizadas polo alumnado.

A continuación damos algúns exemplos.

### (ON PROFESORADO DE TECNOLOXÍA

- 1) Utilizando a internet, escribe unhas liñas nas que relaciones Tecnoloxía e María Wonenburger.
- 2) Crea unha páxina web sobre María Wonenburger.



## (ON PROFESORADO DE INGLÉS

- 1) Aproveitando o estudo das partículas who, where, when, how, what etc. elabora preguntas sobre María Wonenburger que se poidan responder co que se aprendeu da súa biografía.

Who is María Wonenbuger?, Who was her first student?, Where was she born?, When did she come to Madrid? How did she travel to America?...

- 2) Realiza un pequeno texto coas respostas anteriores.



## (ON PROFESORADO DE HISTORIA

Sitúa no tempo os seguintes acontecementos. Relaciónaos con momentos da vida de María Wonenburger. Investiga características de cada un deles.

- a) Ditadura de Primo de Rivera.
- b) Eleccións de 1931 e inicio da Segunda República. En 1931 por primeira vez as mulleres españolas tiñan o dereito de voto.
- c) Guerra civil española.
- d) Franquismo.
- e) Transición democrática (1975-1982).



## CON PROFESORADO DE CIENCIAS DA NATUREZA

No parque María Wonenburger:

1. Localiza compostos orgánicos e inorgánicos.
2. Observa algunha folla e lembra as súas partes.
3. Busca follas simples, compostas, afrechada, acorazonada, oval, dentada, enteira ou lobulada.



## CON PROFESORADO DE LITERATURA

- 1) María Wonenburger naceu en 1927, ese ano dá nome a unha xeración de notables escritores españois.

Fai un breve resumo do mais destacado desa xeración. Analiza o contexto histórico. Fai unha listaxe dos escritores máis destacados dese grupo.

Ves algunha analogía entre os trazos biográficos dalgúns destes escritores e os que coñeces de María Wonenburger?

- 2) Imaxina que María Wonenburger acode ao teu instituto e ti es o/a xornalista que cobre o acontecemento. Escribe o texto que se publicaría na prensa, tendo en conta as seguintes cuestións:

- Establece que xénero xornalístico vas usar;
- Presenta as respostas por orde de importancia;
- Que titular darías?



Escultura dedicada a García Lorca, por  
M. Kaydeda (Santa Cruz-Oleiros)

## CON PROFESORADO DE XEOGRAFÍA

- 1) Busca no mapa de América do Norte os lugares nos que viviu María Wonenburger. Explica os accidentes xeográficos máis destacados deses lugares, o clima, a vexetación e a fauna. Coñeces algún lugar turístico ao que che gustaría acudir, próximo a eses lugares?

- 2) María viaxou a América en barco. Sabendo isto fai un resumo sobre a evolución dos transportes desde esa época ata a actualidade: tipos de transportes, a revolución dos transportes, o impacto do transporte aéreo. Turismo e transporte.



## CON PROFESORADO DE MÚSICA

- 1) A pesar de que moitos músicos non teñen por que saber Matemáticas e os/as matemáticos/as non adoitan compondor música, sempre se escribiu das relacións entre ambos. Pescuda se isto é así facendo un pequeno traballo respecto disto.

O famoso matemático Leibniz escribiu: “A música é o pracer que a alma humana experimenta ao contar sen ser consciente de que está contando”.

- 2) Estuda a figura de Marin Mersenne, filósofo francés que estudou teoloxía, matemáticas e teoría musical, lembrado principalmente grazas aos números que levan o seu nome: os números primos de Mersenne. El foi o primeiro en dar a relación entre a frecuencia de vibración e a lonxitude da corda. Investiga os avances da súa teoría en relación co que establecera a escola pitagórica.



Nota: A escola de Pitágoras establecera escalas musicais contrastando os sons de diferentes cordas cuxas lonxitudes tiñan entre elas relacións simples; pero os pitagóricos non tocaron o tema das frecuencias, Mersenne ademais de dar a relación entre a frecuencia de vibración e a lonxitude da corda resolveu a afinación de instrumentos a través da súa escala cromática baseada en 12 tons.

3) María Wonenburger cando era moza tocaba o violín.

• Clasifica este instrumento, fai un breve resumo das súas características. Que agrupacións musicais son as que están formadas na súa maior parte por violíns e os instrumentos da súa familia?

• Sabías que Albert Einstein tocaba moi ben o violín?

*Se eu non fose físico, probablemente sería músico. A miúdo penso na música. Vivo os meus sonhos na música. Vexo a miña vida en termos de música... Non podo dicir se eu faría algún traballo creativo de importancia na música, pero si sei que teño máis alegría na vida grazas ao meu violín (A. Einstein).*

• Coñeces algún/a violinista famoso?

• Sabes o que é un Stradivarius?

## CON PROFESORADO DE FÍSICA E QUÍMICA

María Wonenburger leu a súa tese doutoral en 1957. Xa comentamos anteriormente que naquel verán traballou nun Laboratorio de Física da súa Universidade para poder pagar a estadía, axudando na elaboración das solucións dunha ecuación tipo Coulomb. Neste traballo realizaba cálculos moi laboriosos para o que utilizaba as antigas calculadoras de manivela, que ela lembraba como aparellos ancestrais.

1) Indaga quen foi Coulomb e as súas contribucións á Física. Creou algunha teoría científica ?

2) Elabora un suposto informe científico sobre a actividade de María no laboratorio que inclúa:

- Portada (autoría do informe e data).
- Introducción: obxectivo da investigación realizada.
- Metodoloxía: instrumentos e procedementos empregados.
- Resultados obtidos.
- Resumo.
- Bibliografía.

## CON PROFESORADO DE FRANCÉS

O francés, xunto co inglés, é unha de linguas oficiais de Canadá. Esta lingua é coñecida polo 60% da poboación. María Wonenburger estivo a traballar en Canadá durante 6 anos. Fai unha breve redacción en francés centrada no que sabes sobre o período en que María Wonenburger estivo alí. Consulta, se é necesario, información na internet.



## CON PROFESORADO DE LINGUA GALEGA

1) Fai unha breve redacción sobre a evolución do galego desde o ano en que naceu María Wonenburger ata a actualidade (avances lexislativos, presenza nos plans de estudo, extensión do número de falantes, presenza social, etc.).

2) Fai unha breve redacción sobre os escritores galegos pertencentes á chamada xeración de 1925.





## E PARA TERMINAR ALGO PARA QUE O CONTESES...

En 1910 publicouse unha real orde do Ministerio de Instrución Pública permitindo por primeira vez a matriculación, en España, de alumnas en todos os establecementos docentes.

Noutros países de Europa, as mulleres adquiren este dereito na segunda metade do século XIX. As universidades de París e Zúric foron pioneiras en aceptar mulleres en todos os estudos universitarios con igualdade de dereitos cos homes.

As primeiras universidades alemás que abriron as súas portas ás mulleres foron Heidelberg e Friburgo, no Estado de Baden, en 1901.

En Noruega admitírase ás mulleres nas universidades en 1884. En Finlandia, ata 1901, non se aboliu o requirimento de permiso especial.

En España desde 1868 estaba permitido o acceso das mulleres aos centros de ensino medio e á universidade, pero a lei de 1880 establecía o requisito de obter o “permiso da autoridade”. Dous anos despois, ordenouse non admitir a matrícula ás mulleres en secundaria. O 25 de setembro de 1883 autorizouse de novo o ingreso no ensino secundario coa excepción “sen dereito a cursar despois os estudos de facultade”. En 1888 permitiuse de novo ás mulleres matricularse na universidade, aínda así ata 1910 as mulleres debían consultar cun superior previamente.

En España entre 1882 e 1910, só 36 mulleres finalizaron a súa licenciatura e só 8, conseguiron o título de doutora.

Aínda que a Universidade de Santiago ten máis de 500 anos non se creou a Facultade de Matemáticas ata 1957, non hai nin 60 anos.

A primeira muller que foi profesora nesta facultade foi a matemática galega Antonia Ferrín Moreiras (Ourense 1914, Santiago 2009). Ela foi a primeira doutora en Astronomía en España.

Cando María Wonenburger comezou os seus estudos de Matemáticas aínda non existía en Galicia a Facultade de Matemáticas de Santiago por iso marchou a Madrid. Foi a primeira española en obter unha das prestixiosas bolsas Fulbright para facer o doutoramento en EE.UU. Cando comezou o seu traballo como docente era a única muller profesora na Facultade de Matemáticas de Toronto.

As seguintes mulleres dedicáronse a as Matemáticas: Hipatia, María Gaetana Agnesi, Sophie Germain, Sonia Kovalévskaya, Emmy Amalie Noether, María del Carmen Martínez Sancho e María Capdevila D’Oriola entre moitas outras, pescuda as dificultades que tiveron e os logros que conseguiron.



## E SABÍAS QUE...?

*Cervantes fala de alxebristas no Quixote, no capítulo XV do tomo II pódese ler:*

*“Onde foi ventura achar un alxebrista con quen se curou”.*

*Tamén Quevedo*

*“... Médica de emplastos e de lavatorios, e en facer concertos alxebrista propio”.*

*A que se debe isto? Como dixemos o significado de al-jabr é restauración, reparación, así que os “alxebristas” eran os reparadores. Aínda que en desuso, o seu significado tamén e “reparador de ósos”, compróbo no dicionario da Real Academia Española.*



$\sqrt{\text{ANEXOS}}$

MARÍA WØNENBURGER  
Unha científica adiantada ao seu tempo



# ANEXO I. SOLUCIÓNS AOS EXERCICIOS E ACTIVIDADES PROPOSTAS



## I. PARA EMPEZAR: TRADUCCIÓN Á LINGUAXE ALXEBRAICA

1)  $x = n^\circ$  de cordas,  $3x = 4(x-1)$ ;  $x = 4$

2)  $n^\circ$  de páxinas de artigos e teses a),  $n^\circ$  de páxinas de artigos c) e  $n^\circ$  de páxinas de teses b).

3a)  $x - 7 + y - 7$ ; 3b)  $3x - \frac{1}{2}y$ ; 3c)  $(x - y)^2$

4a)  $2(x - 5)$

4b)  $\frac{1}{3}x + 6$



## II. PROBLEMAS

### Ø A) ECUACIÓN DE PRIMEIRO GRAO (ON FRACCIÓNS)

1) Se  $x =$  traxecto percorrido

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}\left(x - \frac{1}{3}x\right) + 324 = x, \quad x = 810m.$$

2)  $\frac{3}{4} \cdot 20,60 + 2 \cdot 30 + 3 \left(100 - \frac{10}{100}100\right) + 1 \cdot \left(60 + \frac{5}{100}60\right) = 408,45$

A conta é correcta.

### Ø B) SISTEMAS DE ECUACIONES

1)  $x = n^\circ$  pasaxeiros do Constitution,  $y = n^\circ$  pasaxeiros do Independence

$$\begin{cases} x - y = 185 \\ x + y = 815 \end{cases}, \quad x = 500, y = 315 \quad (\text{resolver por redución})$$

María Wonenburger viaxou no Independence.

2) Chamamos ao número  $xy$

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ x + y = 12 \end{cases}, \quad x = 5, y = 7 \quad (\text{resolver por igualación}). \text{ É o ano 1957.}$$

3) a) con 1), b) con 3), c) con 2).

4)  $x = n^\circ$  de menús a 5 dólares,  $y = n^\circ$  de menús a 8 dólares

$$x + y = 50; 5x + 8y = 310, \quad x = 30, \quad y = 20;$$

5)  $x = n^\circ$  de litros de gasosa,  $y = n^\circ$  de litros de refresco

$$x + y = 50; 2x + 3y = 2,2 \cdot 50, \quad x = 40, \quad y = 10;$$

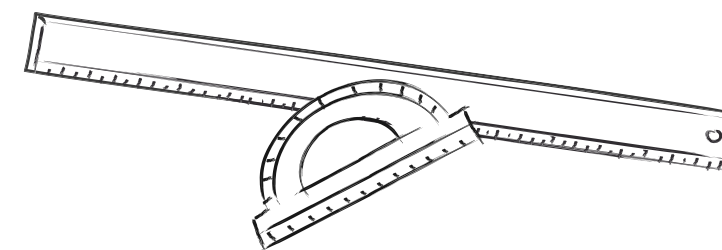
6)

Tren de María	Outro tren
$e =$ espazo	$800 - e =$ espazo
$V_2 + 60 =$ velocidade	$V_2 =$ velocidade
$2,5 \text{ h} =$ tempo	$2,5 \text{ h} =$ tempo

$$e = (V_2 + 60) \cdot 2,5$$

$$800 - e = (V_2) \cdot 2,5$$

Solución:  $V_2 = 130 \text{ km/h}$ . O tren de María ía a  $190 \text{ km/h}$ .



## Ø C) ECUACIONES DE PRIMEIRO GRAO

1)  $x = n^{\circ}$  de anos en Madrid

$$3x = \frac{1}{2}(x + 15); \quad x = 3 \text{ anos}$$

2)  $x = n^{\circ}$  de anos de Robert Moody

$$x + x + 14 = 158; \quad x = 72 \text{ anos,}$$

Idade de María Wonenburger nese momento = 86;

María naceu en xullo de 1927.

3)  $x = n^{\circ}$  de libros do andel branco

$$x - \frac{1}{6}x = 1000 - x + \frac{1}{6}x; \quad x = 600, \text{ libros de Alxebra} = 400.$$

4)  $x = n^{\circ}$  de cadros,  $2x - 8 = x$ ;  $x = 8$ ;

## Ø D) ECUACIONES DE SEGUNDO GRAO (COMPLETAS)

1)  $x = \text{valor da temperatura}$

$$x^2 + 7x = -10; \quad x = -2, \quad x = -5$$

A temperatura está entre -5 e -2 graos.

2) A solución é  $x = 1$ ; María W. ten unha irmá.

## Ø E) NÚMEROS PRIMOS

1)  $P(3) = 53$ . No ano 1953.

2) O número represéntase por  $xy$ , debe cumprirse que

$$x + y = 11$$

$$2(10y + x) = 10x + y - 7$$

A solución do sistema é  $x = 8$ ,  $y = 3$ ; é dicir o número é 83, que é primo. O ano é 1983.

## Ø F) INECUACIONES

1)  $x = \text{número de horas,}$

por unha bicicleta na primeira empresa cobran  $3x$ .

Na segunda empresa  $2x + 5$ ,

$3x = 2x + 5$ ;  $x = 5$ ; As primeiras catro horas é máis cara a segunda empresa, se se aluga 5 horas dá igual en que empresa se aluguen e a partir de 5 horas é máis barata a segunda empresa.

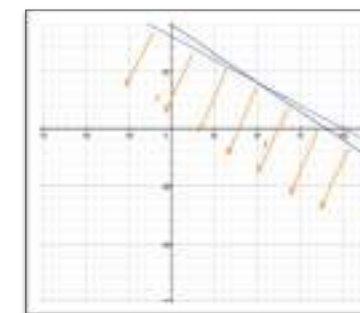
2) a)  $x \geq 7$ ; b)  $8 \leq x \leq 15$

3)  $x = \text{número de tapas redondas, } y = \text{número de tapas cadradas}$

$$2x + 5y \leq 200$$

$$x + 2y \leq 90$$

Posibles solucións: ver a Ilustración 18, ter en conta  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .



Representación da rexión que cumpre as condicións dadas polas inecuacións

## Ø G) POTENCIAS, RAÍCES, ECUACIONES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS

1)  $25 \cdot 5^5 = 5^7 = 78.125$  persoas

2) a)  $2 \cdot 2^x = 2^{x+1}$ ;  $2^{x+1} = 4$ ;  $x = 1$

$$b) \log\left(\frac{5x+3}{x}\right) = 1; \quad \frac{5x+3}{x} = 10; \quad x = 3/5$$

$$c) x - \frac{2}{x} = -\frac{1}{x^3}$$

De onde resulta a ecuación bicuadrada  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$  cuxas solucións son

$$x = 1, \quad x = -1;$$

3)  $10 = 160 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$ ;  $2^t = 16$ ;  $t = 4$ ; Resposta:  $4 \times 4 = 16$  días





### III. INVESTIGA

- 1) Solución: o ano é 1983.
- 2) O ano 60 do século XX (1960).
- 3a) 1) con c), 2) con b) e 3) con a).
- 3b) O hockey sobre patíns, consta de dous xogos de 20 minutos.
- 4) Solución: 10 anos.



### IV. UN POU(0 DE LÓXICA...RAZOEMOS

- 1) Só c) non pode ocorrer.
- 2) Yale, Toronto, Buffalo, Indiana.
- 3) a) No ano 2006 creouse o premio.  
Inmaculada Paz Andrade recibuno en 2007.  
M.<sup>a</sup> Teresa Miras Portugal en 2008.  
María Soledad Soengas González en 2009.
- 3) b) Carmen Navarro Fernández-Balbuena en 2010.  
Ofelia Rey Castelao en 2011.  
Tarsy Carballas Fernández en 2012.  
María José Alonso Fernández en 2013.  
Carmen García Mateo en 2014.



### V. REPASA O QUE SABES

#### Ø A) PORCENTAXES

- 1) 17,5%
- 2) 2,5 %

#### Ø B) REPARTICIÓNS PROPORCIONAIS E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

- 1) a) María 100 caramelos, Xoán 30 caramelos e Luisa 20 caramelos.
- b) Non sería xusto, porque a María, que foi a máis rápida, lle corresponderían menos caramelos.

#### Ø C) XURO SIMPLE E XURO COMPOSTO

$$1) I = \frac{10.000 \cdot 4.5}{100} = 2000; \text{Capital final } 12.000 \text{ ptas}$$

$$2) C = 10.000 \cdot 1,04^5 = 12.166,5 \text{ ptas}$$



### VI. ACTIVIDADES EXTRAS

2. a) É un rectángulo.

$$b) x = \text{base do rectángulo}, x \cdot 2x = 10.000, x = \sqrt{5000} \approx 70,8 \text{ m}$$

$$c) 4.10000 = 40.000 \text{ persoas}$$

$$d) x + y = 101, x - y = 99; x = 100, y = 1$$

$$e) \text{Solución: mcm}(3, 5) = 15.$$

En xullo o xardineiro regou plantas e árbores á vez os días: 1, 16, 31.

$$f) 10^2 = x^2 + (x - 2)^2, x = 8, x = -6; \text{a solución é } x = 8, \text{ e por tanto o perímetro é } 24 \text{ metros.}$$

$$g) \text{Solución: mcd}(21, 60) = 3, \text{ lousas de } 3 \text{ m de ancho, ten que encargar}$$

$$(21:3) \times (60:3) = 140 \text{ lousas, prezo } 140 \cdot 20 = 2800 \text{ euros.}$$

3. a)  $60.60.100 = 360\,000\text{ cm}^3$

c)  $1,5 \cdot 10^8\text{ km}$ ;

$1,2 \cdot 10^6\text{ l/s}$ ;

$3 \cdot 10^8\text{ m/s}$ ;

$5,49 \cdot 10^{10}\text{ kg}$  ;

$2,838 \cdot 10^{13}\text{ km} \leq \text{distancia} \leq 3,784 \cdot 10^{13}\text{ km}$  ;

$1,67 \cdot 10^{-27}\text{ g}$ ;

$1,8 \cdot 10^{-2}\text{ mm}$



## VII. ACTIVIDADES (ON OUTRAS MATERIAS



### (ON PROFESORADO DE HISTORIA:

1. Ditadura de Primo de Rivera (María nace 4 anos despois do inicio).

2. Eleccións de 1931 e inicio da Segunda República. En 1931 por primeira vez as mulleres españolas tiñan o dereito de voto (María tiña 4 anos cando ingresa no colexio e ese mesmo ano proclámase a 2ª República).

3. Guerra civil española (María tiña 9 anos, ao ano seguinte comeza os seus estudos no Instituto “Eusebio da Guarda”).

4. Franquismo (en 1945, María trasládase a Madrid para cursar estudos universitarios, en 1950 termina a licenciatura en Matemáticas e entre 1950 e 1953 fai cursos de doutoramento tras os cales se traslada a EE.UU. para realizar a tese doutoral).

5. Transición democrática (1975-1982). (Proclamación de Juan Carlos I en 1975. Constitución de 1978) (nese período María era profesora universitaria en Indiana onde permaneceu ata 1983).



## ANEXO II



### CURSOS PARA OS QUE SE RECOMENDAN OS EXERCICIOS

#### I. Para empezar: tradución á linguaxe alxebraica.

Todos os cursos.

#### II. Problemas.

Todos os cursos excepto os apartados b) e d) e o 2) do e) a partir de 2º curso ESO e apartados f), 2) e 3) de g) a partir de 4º ESO.

#### III. Investiga.

Todos os cursos.

#### IV. Un pouco de lóxica... Razoemos.

Todos os cursos.

#### V. Repasa o que sabes.

Todos os cursos.

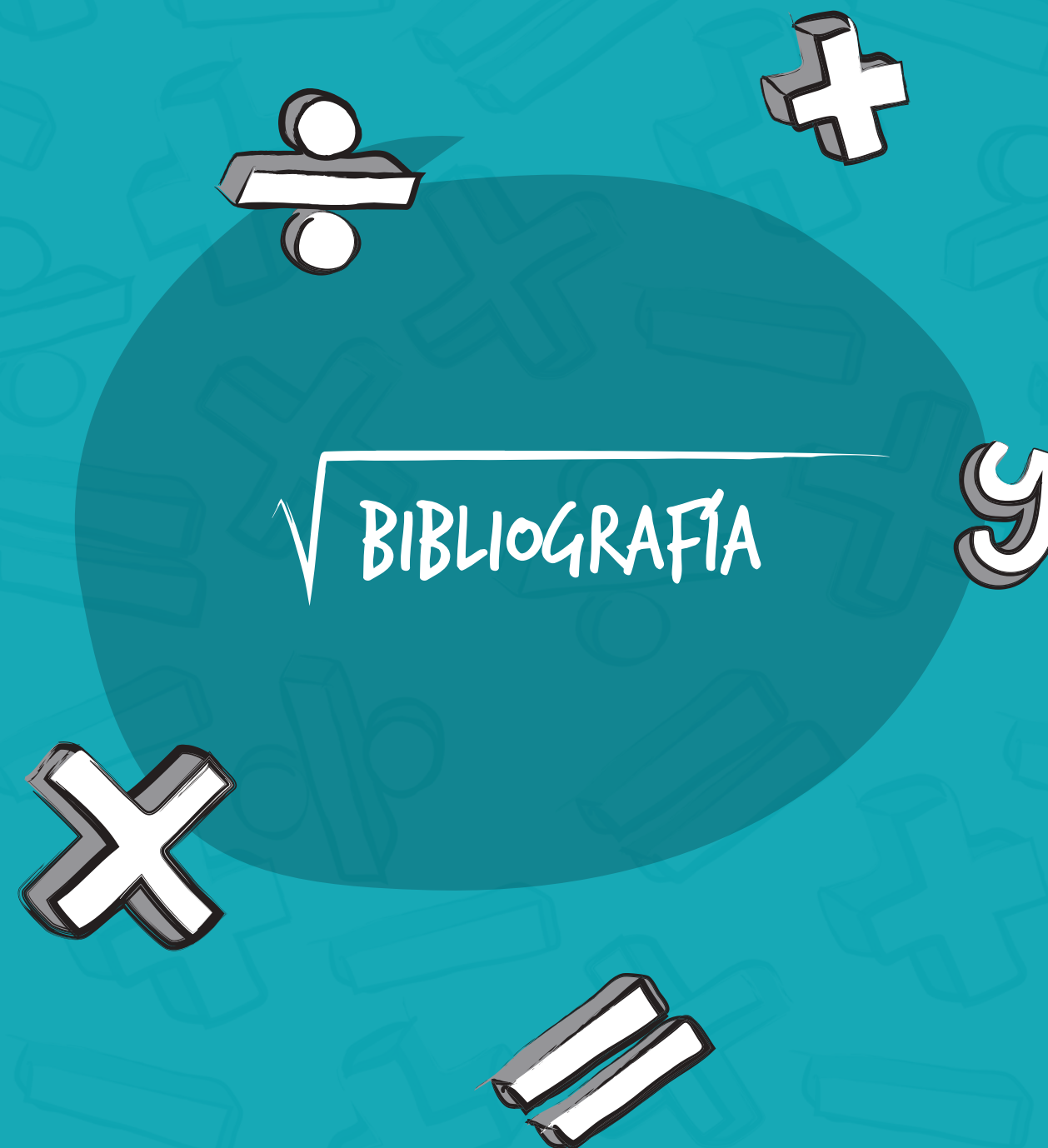
#### VI. Actividades extra.

Todos os cursos con poucas excepcións por exemplo o apartado 3) de c) a partir de 3º ESO.

#### VII. Actividades con outras materias.

Todos os cursos nos que se impartan as materias, por exemplo Tecnoloxía desde 2º ESO aínda que as actividades propostas poden verse na materia de Matemáticas, Historia (4º ESO), Xeografía (3º ESO), Literatura actividade 2 desde 3º ESO, Música desde 2º ESO e algún apartado desde 3º ESO ou Física e Química desde (3º ESO).





# BIBLIOGRAFIA

MARÍA WØNENBURGER  
Unha científica adiantada ao seu tempo



## BIBLIOGRAFÍA

[1] Mato Vázquez, M. D.; Chao Fernández, R.; Suárez Brandaríz, R. (Coordinadores.), (2013). *As mulleres nas Artes e nas Ciencias. Reflexións e testemuñas*. Servizo de Publicacións da Universidade da Coruña, ISBN: 978-84-9749-570-7.

[2] Sorozando Muzás, J. M. *Problemas escolares vs problemas reais* (e 2). Revista Suma +, nº 74, (2013), págs. 83-90.

[3] Souto Salorio, M. J.; Tarrío Tobar, A. D. *María Josefa Wonenburger Planells. Muller e matemática*. A Gaceta da RSME, Vol. 9.2 (2006), págs. 339–364.

[4] Souto Salorio, M. J.; Tarrío Tobar, A. D. *As primeiras ... en Matemáticas* (en [1] ), (2013), págs. 199-209.

[5] Souto Salorio, M. J.; Tarrío Tobar, A. D. *Descubriendo a María Wonenburger na ensinanza secundaria*. Actas XVI Congreso Enciga (Ensinantes de Ciencia de Galicia), (2014).

[6] Souto Salorio, M. J.; Tarrío Tobar, A. D. *Álgebra? Si claro... pero mellor se é con María*. (A aparecer).

### Ø REFERENCIAS ELECTRÓNICAS:

<https://sites.google.com/site/ecuacionesisfd10/home>

<http://thales.cica.es/rd/recursos/rd98/Matematicas/14/historia.html>

<http://www.anfrix.com/2006/10/el-curioso-origen-de-a-x/>

<http://www.madrimasd.org/blogs/matematicas/2014/05/22/138152/>

[http://www.interciencia.org/v19\\_04/editorial\\_esp.html](http://www.interciencia.org/v19_04/editorial_esp.html)

[http://catedu.es/matematicas\\_mundo/HISTORIA/historia\\_logaritmos.htm](http://catedu.es/matematicas_mundo/HISTORIA/historia_logaritmos.htm)





## AGRADECEMENTOS

María Wonenburger (†), CEIP Isidro Parga Pondal-Oleiros,  
M. Candal, E. Macías, M.J. Pereira, X.E. Pujales, El Correo Gallego e o seu  
fotógrafo Ramón Escuredo, Unidade Muller e Ciencia e Secretaría Xeral da Igualdade.